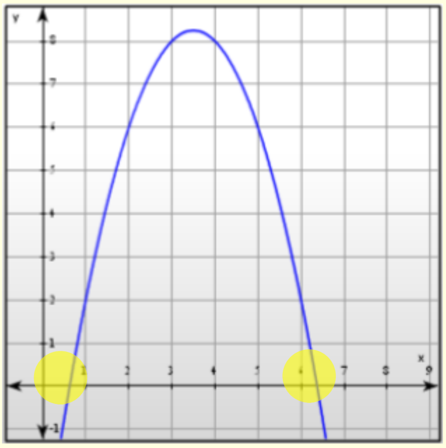
Les zéros (racines) d’une fonction du second degré



But: Tu pourras déterminer les zéros (ou racines) d'une fonction du second degré.

Définition:

Soit la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$,

Les valeurs de x pour lequelles cette équation est vraie se nomment les racines ou les zéros de la fonction du second degré.

Il existe plusieurs méthodes pour trouver les zéros d'une fonction du second degré :

1) Résolution en complétant le carré
2) Résolution par factorisation
3) Résolution à l'aide de la formule quadratique

Note: Résoudre veut dire trouver les (deux)valeurs de x qui vont satisfaire l'équation . (En 10e année on disait trouver les abscisses à l'origine de la parabole.)

FORME CANONIQUE

1) Résolution en complétant le carré (comme à la de leçon 1)
(Habituellement, on utilise cette méthode si la fonction est déjà sous la forme canonique)

En complétant le carré de $x^2 + 2x - 3 = 0$, on obtient :

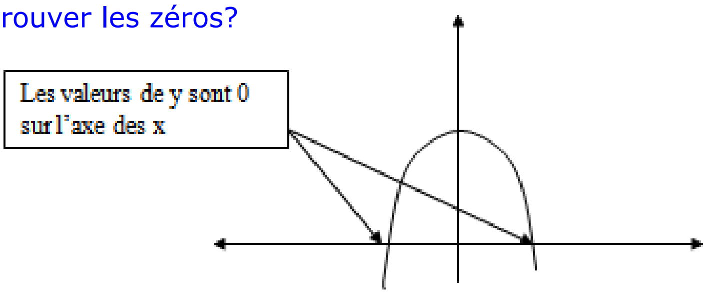
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$\left[x^2 + 2x + 1 - 1\right] - 3 = 0$$
$$(x+1)^2 - 4 = 0$$
$$(x+1)^2 = 4$$
$$x + 1 = \pm\sqrt{4}$$
$$x + 1 = \pm 2$$
$$x = \pm 2 - 1 \quad \text{Deux solutions}$$

$$x = 2 - 1 = 1$$
$$x = -2 - 1 = -3$$

Nous obtenons donc les mêmes deux racines (ou zéros) de la fonction, soit x = 1 et -3.

FORME CANONIQUE

Pourquoi pose-t-on y = 0 pour trouver les zéros?



Exemple: Résous pour x

$$(x - 2)^2 - 36 = 0$$

FORME CANONIQUE

Exemple: Trouve la valeur maximale ou minimale de la fonction. Ensuite, trouve les zéros de la fonction.

$$-5(x - 13)^2 + 27 = 0$$

FORME CANONIQUE

Exemple: Résous pour x

$$(x + 4)^2 + 12 = 0$$

FORME CANONIQUE

Exemple:Résous pour x

$$3x^2 - 24 = 0$$

EXERCICES

Manuel Math 11:

Page 128 # 2, 3a , 4a, 5h

FORME $f(x) = ax^2 + bx + c$

2) Résolution par factorisation

En factorisant $x^2 + 2x - 3 = 0$ on obtient : $(x - 1)(x + 3) = 0$

Si $x = 1$, le coté gauche devient
$(1 - 1)(1+3) = (0)(4) = 0$

Si $x = -3$, le coté gauche devient
$(1 - (-3))(-3 + 3) = (4)(0) = 0$

Les deux racines (ou zéros) de la fonction sont $x = 1$ et -3

Selon la situation donnée il faut parfois choisir la racine qui est appropriée comme solution ;

Ex 2: Résous par factorisation

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

Ex 3: Résous par factorisation

$$4x^2 - 11x - 7 = 0$$

FORMULE QUADRATIQUE

3) Résolution à l'aide de la formule quadratique

La formule quadratique s'avère utile lorsque la fonction est plus difficile à factoriser :

EXEMPLE : Trouve les racines de la fonction $3x^2 + 5x - 3 = 0$

Ici, a = 3, b = 5 et c = -3.

Pour trouver les racines de la fonction, on remplace ces valeurs dans la formule:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$ est appelé le discriminant

Exemple: Résous à l'aide de la formule quadratique

$$y = -4x^2 + 3x - 5$$

C'est le discriminant qui permet de déterminer le nombres de solutions (racines) réelles:

Exemple A:

$-2x^2 + 3x + 8 = 0$

Exemple B:

$3x^2 - 5x + 11 = 0$

Exemple C:

$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$

Donc, si:

$b^2 - 4ac > 0$

$b^2 - 4ac < 0$

$b^2 - 4ac = 0$

À retenir:

⇨ Résoudre une fonction du second degré, c'est la même chose que de trouver les zéros ou bien les racines.

⇨ Graphiquement, c'est trouver les abscisses à l'origine, c'est-à-dire où la parabole coupe l’axe des x.

⇨ Il est important d'être capable de choisir la méthode la plus efficace selon l'équation, mais peu importe la méthode choisie, le résultat sera le même.

Application - devoir :

p. 129 # 9aceg, 11 def, 12 jklm, 13abcj