Unité 1 - Leçon 4

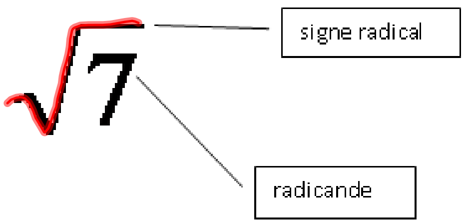
Les radicaux composés et entiers

But: Suite à cette leçon, tu pourras simplifier des expressions contenant des radicaux.

Que sont les radicaux ?

Des nombres tels que $\sqrt{2}$ et $\sqrt{5}$ sont des radicaux.

Le symbole se nomme signe radical et le nombre sous le signe radical se nomme le radicande.



irrationnel

Tout comme les fractions, les radicaux sont des nombres réels, sauf que la majorité sont irrationnels (c'est à dire qu'on ne peut pas les imaginer exactement).

ex: $\sqrt{4} = 2$ (car 4 est un carré parfait)

$\sqrt{14} =$ 3,741657386773941.... (irrationnel)

a) $3(4\sqrt{5})$

$12\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{3}(5\sqrt{2}) = 5\sqrt{6}$

c) $\sqrt{5}(-2\sqrt{7}) = -2\sqrt{35}$

d) $5\sqrt{3}(-4\sqrt{5}) = -20\sqrt{15}$

1, 4, 9, 16, 25, 36

e) $6\sqrt{6}$

f) $6\sqrt{22}$

$(-1\sqrt{11})$

2a) $\sqrt{12} = \sqrt{4}\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

$\sqrt{12} = \sqrt{3}\sqrt{4}$

b) $\sqrt{242} = 11\sqrt{2}$

$\sqrt{121}\sqrt{2}$

c) $7\sqrt{3}$

d) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

e) $\sqrt{36}\sqrt{7}$

$6\sqrt{7}$

f) $2\sqrt{98}$

$2\sqrt{49}\sqrt{2}$

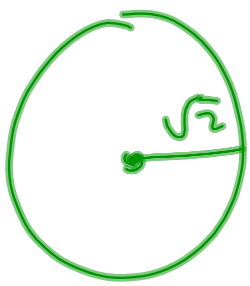
$= 14\sqrt{2}$

But: Suite à cette leçon, tu pourras simplifier des expressions contenant des radicaux.

→ Pourquoi doit-on être habile à simplifier les radicaux?

Supposons que

9 d)



$A = \pi r^2$

$A = \pi (\sqrt{2})^2$

$A = 2\pi$

A. Multiplication de radicaux

$\sqrt{25} \times \sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$ OU $\sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{25 \times 4}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$

Cet exemple illustre le fait que

$$\sqrt{7} \times \sqrt{3} = \sqrt{7 \times 3}$$

Loi de la multiplication de radicaux

$$\boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, a \geq 0, b \geq 0}$$

sept. 3-12:51

exemple 1 : multiplie

$$2\sqrt{7} \times \sqrt{2} =$$

exemple 2 : multiplie

$$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} =$$

sept. 3-12:58

oct. 1-12:46

Simplification des radicaux

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3}$$
$$= \sqrt{25} \times \sqrt{3}$$
$$= 5\sqrt{3}$$

$\sqrt{75}$ est un radical entier et $5\sqrt{3}$ est un radical composé sous forme réduite.

sept. 3-13:02

exemple 3 :

Représente les expressions suivantes en radical composé sous forme réduite.

$\sqrt{72} =$

$3\sqrt{24} =$

exemple 4 :

Multiplie les expressions suivantes, exprime ensuite les réponses en radical composé sous forme réd

$3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} =$

$2\sqrt{5} \times \sqrt{10} =$

$\sqrt{18x^2} =$

$4\sqrt{8a^3} =$

B. Addition et soustraction de radicaux

Pour additionner ou soustraire des radicaux, utilise les mêmes règles que pour l'addition ou la soustraction de termes semblables.

lu 1er act.

$$8a + 3a = (8 + 3)a$$
$$= 11a$$

$$\left(8\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (8 + 3)\sqrt{5} = 11\sqrt{5} \right)$$

Exemples : simplifie

$$1\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$$

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$
$$= \cancel{0\sqrt{3}}\ 0$$

sept. 3-13:11

$10\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} =$ $8\sqrt{5}$

$3x + 5y$

$3\sqrt{7} + 5\sqrt{5} =$ reste comme ceci

sept. 3-13:17

Si les radicaux ne sont pas identiques, on ne peut pas les additionner (c'est un peu comme avec les fractions). Souvent, on peut simplifer les radicaux pour se rendre compte qu'il sont pareils.

exemple 2 : Simplifie

$$3\sqrt{8}+\sqrt{18} = 3\sqrt{4}\sqrt{2}+\sqrt{9}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}+3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\sqrt{27}-3\sqrt{12}-\sqrt{75} = \sqrt{9}\sqrt{3}-3\sqrt{4}\sqrt{3}-\sqrt{25}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}-6\sqrt{3}-5\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$$

$$\sqrt{75}+\frac{1}{2}\sqrt{32}+\sqrt{27}-3\sqrt{8}$$

$$= \sqrt{25}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{16}\sqrt{2}+\sqrt{9}\sqrt{3}-3\sqrt{4}\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{3}+\frac{1}{2}(4)\sqrt{2}+3\sqrt{3}-6\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{3}+2\sqrt{2}+3\sqrt{3}-6\sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{3}+3\sqrt{3}+2\sqrt{2}-6\sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{3}-4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5x}+\sqrt{20x} = \sqrt{5}\sqrt{x}+\sqrt{20}\sqrt{x}$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{x}+\sqrt{4}\sqrt{5}\sqrt{x}$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{x}+2\sqrt{5}\sqrt{x}$$

$$= \sqrt{5x}+2\sqrt{5x}$$

$$= 3\sqrt{5x}$$

$\cancel{\sqrt{x}} \cancel{+\sqrt{2}}$

Division de radicaux

$$\boxed{\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \frac{4}{2} = \sqrt{\frac{16}{4}} = \sqrt{4} = 2}$$

Loi de la division de radicaux

$$\boxed{\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, x \geq 0, y \geq 0}$$

ex: $\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

exemples:

$$\boxed{\frac{12}{4}}\boxed{\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}} = 3\sqrt{6}$$

$\frac{2}{8}$

$$\frac{\sqrt{24}}{8} = \frac{\sqrt{4}\sqrt{6}}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}\sqrt{6}}{\cancel{8}4} = \frac{1\sqrt{6}}{4}$$

$\sqrt{4}$

$$\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{17}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \leftarrow \text{rationaliser le dénominateur...}$$

$$= \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$(\sqrt{2})^2 \neq \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$

$\sqrt{10}\times\sqrt{10} = 10$

Rationnalisation du dénominateur

$\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$ peut aussi être simplifié en multipliant le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{2}$:

$$\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Ce procédé s'appelle la rationalisation du dénominateur. L'expression $\frac{\sqrt{34}}{2}$ est plus facile à évaluer que $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}$ parce qu'elle contient un seul radical et non deux.

sept. 3-15:04

Multiplication et division de radicaux binômiaux et rationalisation du dénominateur

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+3\sqrt{2}\right)$$

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$$

sept. 3-15:07

Les expressions $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ s'appellent des radicaux conjugués

Exemple:

Rationalise le dénominateur de $\dfrac{2\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$.

sept. 9-08:38

Application - devoir :

Mathématiques 11 : p.106 et 107 #1 à 4
p. 108 # 12

p. 139 # 1 à 4 abefg
5 à 7 abcghij

sept. 9-08:39